

# Aide à la démonstration

## Niveau 5<sup>ème</sup>

---

### SOMMAIRE

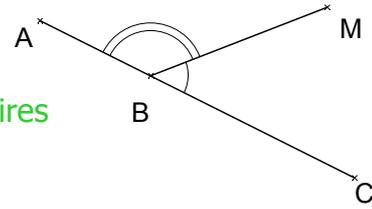
<b>OBJECTIF 1 : DEMONSTRER QUE DES POINTS SONT ALIGNES</b>	<b>3</b>
METHODE 1 : AVEC LES ANGLES :	3
METHODE 2 : AVEC LES LONGUEURS :	3
METHODE 3 : AVEC LES TRANSFORMATIONS :	3
<b>OBJECTIF 2 : DEMONSTRER QUE DES DROITES SONT PARALLELES</b>	<b>4</b>
METHODE 1 : AVEC LES PROPRIETES DE BASE	4
METHODE 2 : AVEC LES QUADRILATERES	4
METHODE 3 : AVEC LES ANGLES	4
METHODE 4 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	4
<b>OBJECTIF 3 : DEMONSTRER QUE DES DROITES SONT PERPENDICULAIRES</b>	<b>5</b>
METHODE 1 : AVEC LES PROPRIETES DE BASE	5
METHODE 2 : AVEC LA MEDIATRICE	5
METHODE 3 : DANS LES QUADRILATERES	5
<b>OBJECTIF 4 : DEMONSTRER QU'UN POINT EST LE MILIEU D'UN SEGMENT</b>	<b>6</b>
METHODE 1 : AVEC LES QUADRILATERES	6
METHODE 2 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	6
METHODE 3 : AVEC LA MEDIATRICE	6
<b>OBJECTIF 5 : TROUVER LA LONGUEUR D'UN SEGMENT</b>	<b>7</b>
METHODE 1 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	7
METHODE 2 : DANS UN CERCLE	7
METHODE 3 : AVEC LA MEDIATRICE OU DANS LES TRIANGLES	7
METHODE 4 : AVEC LES QUADRILATERES	7
<b>OBJECTIF 6 : TROUVER LA MESURE D'UN ANGLE</b>	<b>8</b>
METHODE 1 : D'UNE MANIERE GENERALE	8
METHODE 2 : DANS LES TRIANGLES	8
METHODE 3 : AVEC DES DROITES PARALLELES ET UNE SECANTE	8
METHODE 4 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	8
METHODE 5 : DANS LES QUADRILATERES	9
<b>OBJECTIF 7 : DEMONSTRER QU'UN TRIANGLE EST ISOCELE</b>	<b>10</b>
METHODE 1 : AVEC LES LONGUEURS	10
METHODE 2 : AVEC LES ANGLES	10
METHODE 3 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	10
METHODE 4 : AVEC LA MEDIATRICE DE SA BASE	10
<b>OBJECTIF 8 : DEMONSTRER QU'UN TRIANGLE EST EQUILATERAL</b>	<b>11</b>
METHODE 1 : AVEC LES LONGUEURS	11
METHODE 2 : AVEC LES ANGLES	11
METHODE 3 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	11
METHODE 4 : A PARTIR D'UN TRIANGLE ISOCELE	11
<b>OBJECTIF 9 : DEMONSTRER QU'UN TRIANGLE EST RECTANGLE</b>	<b>12</b>
METHODE 1 : AVEC LES ANGLES	12

<b>OBJECTIF 10 : DEMONTRER QU'UNE DROITE EST UNE MEDIATRICE</b>	<b>13</b>
METHODE 1 : D'UNE MANIERE GENERALE	13
METHODE 2 : DANS UN TRIANGLE	13
METHODE 3 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	13
<b>OBJECTIF 11 : DEMONTRER QU'UNE DROITE EST UNE BISSECTRICE</b>	<b>14</b>
METHODE 1 : D'UNE MANIERE GENERALE	14
METHODE 2 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	14
<b>OBJECTIF 12 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN TRAPEZE</b>	<b>15</b>
METHODE 1 : AVEC LES COTES	15
METHODE 2 : A PARTIR D'UN AUTRE QUADRILATERE	15
<b>OBJECTIF 13 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN PARALLELOGRAMME</b>	<b>16</b>
METHODE 1 : AVEC LES COTES	16
METHODE 2 : AVEC LES DIAGONALES	16
METHODE 3 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	16
METHODE 4 : A PARTIR D'UN AUTRE QUADRILATERE	16
<b>OBJECTIF 14 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN RECTANGLE</b>	<b>17</b>
METHODE 1 : AVEC LES ANGLES	17
METHODE 2 : AVEC LES DIAGONALES	17
METHODE 3 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	17
METHODE 4 : A PARTIR D'AUTRES QUADRILATERES	17
<b>OBJECTIF 15 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN LOSANGE</b>	<b>18</b>
METHODE 1 : AVEC LES COTES	18
METHODE 2 : AVEC LES DIAGONALES	18
METHODE 3 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	18
METHODE 4 : A PARTIR D'AUTRES QUADRILATERES	18
<b>OBJECTIF 16 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN CARRE</b>	<b>19</b>
METHODE 1 : AVEC LES COTES	19
METHODE 2 : AVEC LES DIAGONALES	19
METHODE 3 : AVEC LES TRANSFORMATIONS	19
METHODE 4 : A PARTIR D'AUTRES QUADRILATERES	19

## OBJECTIF 1 : DEMONSTRER QUE DES POINTS SONT ALIGNES

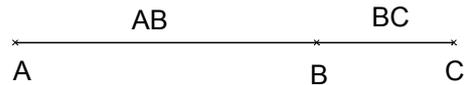
*Méthode 1 : Avec les angles :*

Si deux angles  $\widehat{ABM}$  et  $\widehat{MBC}$  sont adjacents et supplémentaires  
Alors les points A, B et C sont alignés.



*Méthode 2 : Avec les longueurs :*

Si trois points A, B et C vérifient l'égalité  $AB + BC = AC$   
Alors les points A, B et C sont alignés dans cet ordre.



*Méthode 3 : Avec les transformations :*

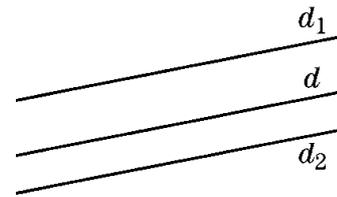
Si les points A, B et C sont les images de points alignés par une symétrie axiale  
Alors A, B et C sont alignés

Si les points A, B et C sont les images de points alignés par une symétrie centrale  
Alors A, B et C sont alignés

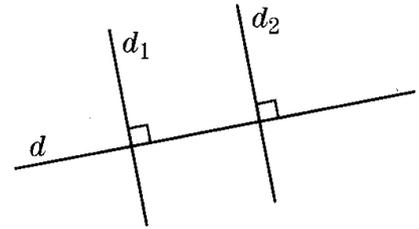
## OBJECTIF 2 : DEMONTRER QUE DES DROITES SONT PARALLELES

### Méthode 1 : Avec les propriétés de base

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.



Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.



### Méthode 2 : Avec les quadrilatères

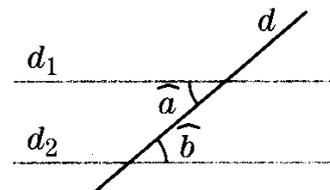
Si un quadrilatère est un trapèze Alors ses bases sont parallèles

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

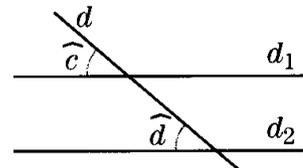


### Méthode 3 : Avec les angles

Si deux droites forment avec une sécante des angles alternes-internes égaux, alors elles sont parallèles.

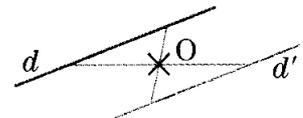


Si deux droites forment avec une sécante des angles correspondants égaux, alors elles sont parallèles.



### Méthode 4 : Avec les transformations

Une droite et son image par une symétrie centrale sont parallèles



Une droite et son image par une translation sont parallèles

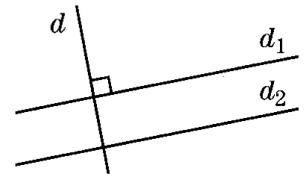
Voir aussi :

- Démontrer qu'un quadrilatère est un trapèze, un parallélogramme,
- Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

### OBJECTIF 3 : DEMONTRER QUE DES DROITES SONT PERPENDICULAIRES

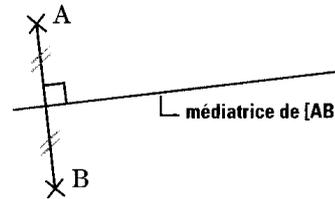
*Méthode 1 : Avec les propriétés de base*

Si deux droites sont parallèles,  
alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.



*Méthode 2 : Avec la médiatrice*

Si une droite est la médiatrice d'un segment  
alors elle est perpendiculaire à ce segment.

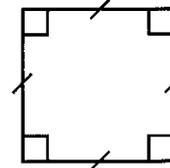


*Méthode 3 : Dans les quadrilatères*

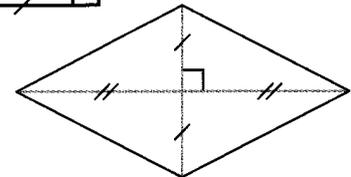
Si un quadrilatère est un rectangle  
alors il a quatre angles droits.



Si un quadrilatère est un carré  
alors ses diagonales sont perpendiculaires.



Si un quadrilatère est un losange,  
alors ses diagonales sont perpendiculaires



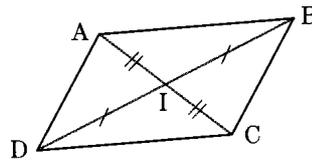
Voir aussi :

- Démontrer qu'un triangle est rectangle
- Démontrer que deux droites sont parallèles
- Démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle, un losange, un carré

## OBJECTIF 4 : DEMONTRER QU'UN POINT EST LE MILIEU D'UN SEGMENT

### *Méthode 1 : Avec les quadrilatères*

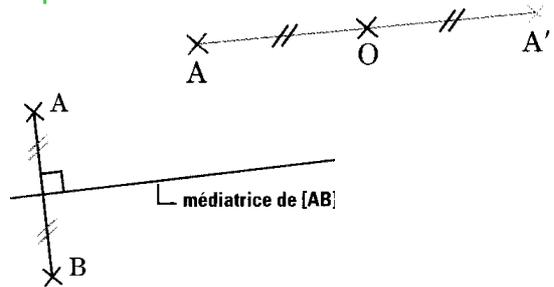
Si un quadrilatère est un parallélogramme\*,  
alors ses diagonales se coupent en leur milieu



\*Remarque : Cette propriété s'étend aux : rectangle, losange et carré qui sont des parallélogrammes particuliers.

### *Méthode 2 : Avec les transformations*

Si deux points A et A' sont symétriques par rapport au point O  
alors le point O est le milieu du segment [AA']



### *Méthode 3 : Avec la médiatrice*

Si une droite est la médiatrice d'un segment  
alors elle passe par le milieu de ce segment.

Voir aussi :

- Démontrer qu'une droite est une médiatrice
- Démontrer que deux droites sont parallèles
- Démontrer qu'un triangle est rectangle
- Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré

## OBJECTIF 5 : TROUVER LA LONGUEUR D'UN SEGMENT

### *Méthode 1 : Avec les transformations*

Si  $A'$  est le symétrique\* de  $A$  et  $B'$  le symétrique de  $B$

Alors le symétrique du segment  $[AB]$  est le segment  $[A'B']$  et on a :  $A'B' = AB$ .

\*Remarque : Valable dans le cas de la symétrie axiale ou centrale

### *Méthode 2 : Dans un cercle*

Si deux points sont sur un cercle

alors le centre de ce cercle est équidistant de ces deux points.

### *Méthode 3 : Avec la médiatrice ou dans les triangles*

Si un point est sur la médiatrice d'un segment,

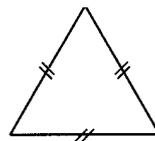
alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Si un triangle est isocèle

Alors il a deux côtés de même longueur

Si un triangle est équilatéral

Alors il a trois côtés de même longueur



### *Méthode 4 : Avec les quadrilatères*

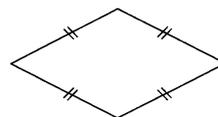
Si un quadrilatère est un parallélogramme\*

alors ses côtés opposés sont de même longueur.

\*Remarque : Cette propriété est valable pour le losange, le rectangle et le carré

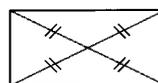
Si un quadrilatère est un losange

alors ses quatre côtés sont de même longueur.



Si un quadrilatère est un rectangle

alors ses diagonales sont de même longueur.



Si un quadrilatère est un carré

alors il a quatre côtés de même longueur et ses diagonales sont de même longueur.

Voir aussi :

- Démontrer qu'une droite est une médiatrice
- Démontrer que deux droites sont parallèles
- Démontrer qu'un point est au milieu d'un segment
- Démontrer qu'un triangle est rectangle, isocèle, équilatéral
- Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré

## OBJECTIF 6 : TROUVER LA MESURE D'UN ANGLE

### Méthode 1 : D'une manière générale

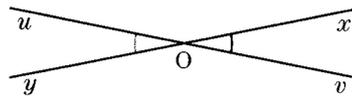
Si deux angles sont complémentaires

Alors la somme de leurs mesures est égale à  $90^\circ$ .

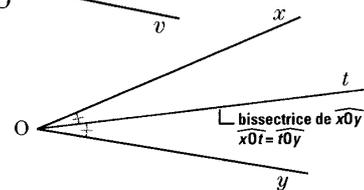
Si deux angles sont supplémentaires

Alors la somme de leurs mesures est égale à  $180^\circ$ .

Si deux angles sont opposés par le sommet,  
alors ils sont de même mesure.



La bissectrice d'un angle est la droite qui partage  
l'angle en deux angles adjacents de même mesure.

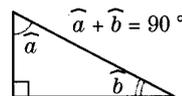


### Méthode 2 : Dans les triangles

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à  $180^\circ$

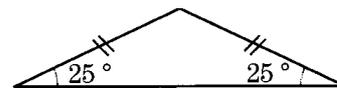
Si un triangle est rectangle,

alors ses angles aigus sont complémentaires.



Si un triangle est isocèle

alors les angles à la base sont de même mesure.

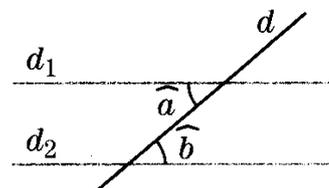


Si un triangle est équilatéral,

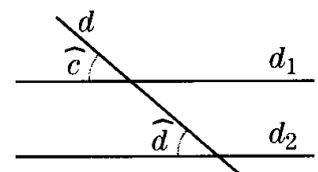
alors ses trois angles mesurent  $60^\circ$ .

### Méthode 3 : Avec des droites parallèles et une sécante

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante,  
alors les angles alternes-internes sont de même mesure.



Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante,  
alors les angles correspondants sont de même mesure.

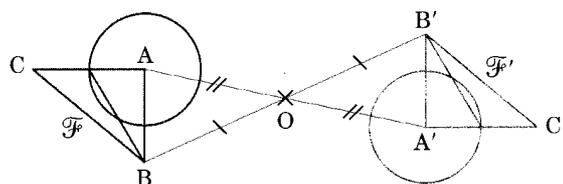
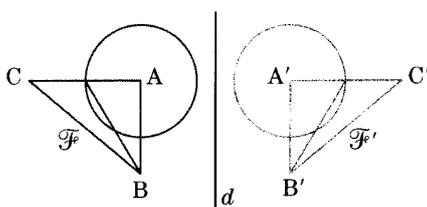


### Méthode 4 : Avec les transformations

Si A' est le symétrique\* de A, B' est le symétrique de B et C' est le symétrique de C,

Alors les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{A'B'C'}$  ont même mesure.

\*Remarque : Cela est valable pour la symétrie axiale ou centrale



*Méthode 5 : Dans les quadrilatères*

Dans un quadrilatère, la somme des mesures des quatre angles est égale à  $360^\circ$

Si un quadrilatère est un parallélogramme,  
alors ses angles opposés sont de même mesure

Si un quadrilatère est un parallélogramme,  
Alors ses angles consécutifs sont supplémentaires

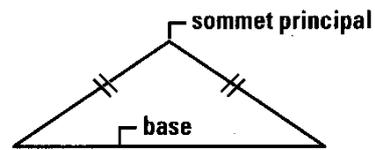
Voir aussi :

- Démontrer qu'une droite est une bissectrice
- Démontrer que deux droites sont parallèles
- Démontrer qu'un triangle est rectangle, isocèle, équilatéral
- Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

## OBJECTIF 7 : DEMONSTRER QU'UN TRIANGLE EST ISOCELE

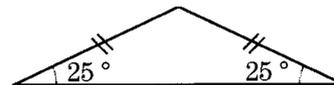
*Méthode 1 : Avec les longueurs*

Si un triangle a deux côtés de même longueur  
alors ce triangle est isocèle



*Méthode 2 : Avec les angles*

Si un triangle a deux angles de même mesure  
alors ce triangle est isocèle

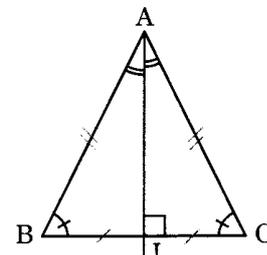


*Méthode 3 : Avec les transformations*

Si un triangle a un axe de symétrie,  
alors ce triangle est isocèle.

*Méthode 4 : Avec la médiatrice de sa base*

Si un point est sur la médiatrice d'un segment,  
alors il est équidistant des extrémités de ce segment.



Si la droite qui joint l'un des sommets du triangle au milieu du côté opposé à ce sommet est  
la médiatrice de ce côté,  
alors le triangle est isocèle.

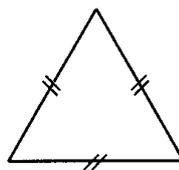
Voir aussi :

- Démontrer qu'une droite est une médiatrice,
- Trouver la longueur d'un segment
- Trouver la mesure d'un angle
- Démontrer qu'un point est au milieu d'un segment

## OBJECTIF 8 : DEMONTRER QU'UN TRIANGLE EST EQUILATERAL

*Méthode 1 : Avec les longueurs*

Si un triangle a trois côtés de même longueur  
alors ce triangle est isocèle



*Méthode 2 : Avec les angles*

Si les angles d'un triangle mesurent  $60^\circ$   
alors ce triangle est équilatéral.

*Méthode 3 : Avec les transformations*

Si un triangle a trois axes de symétrie  
alors ce triangle est équilatéral.

*Méthode 4 : A partir d'un triangle isocèle*

Si un triangle isocèle a un angle de  $60^\circ$   
alors il est équilatéral.

Si un triangle est isocèle en deux sommets,  
Alors ce triangle est équilatéral

Voir aussi :

- Trouver la longueur d'un segment
- Trouver la mesure d'un angle
- Démontrer qu'un triangle est isocèle

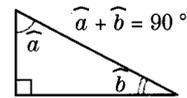
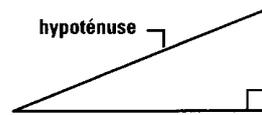
## OBJECTIF 9 : DEMONTRER QU'UN TRIANGLE EST RECTANGLE

*Méthode 1 : Avec les angles*

Si un triangle possède un angle droit

Alors il est rectangle

Si un triangle a deux angles aigus complémentaires,  
alors il est rectangle.



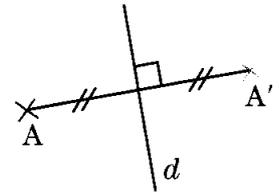
Voir aussi :

- Trouver la longueur d'un segment
- Trouver la mesure d'un angle

## OBJECTIF 10 : DEMONTRER QU'UNE DROITE EST UNE MEDIATRICE

### *Méthode 1 : D'une manière générale*

Si une droite est perpendiculaire à un segment et passe par son milieu  
alors c'est la médiatrice de ce segment



Si une droite passe par deux points équidistants des extrémités d'un segment  
alors c'est la médiatrice de ce segment.

Si une droite passe par un point équidistant des extrémités d'un segment et est perpendiculaire à ce segment  
alors c'est la médiatrice de ce segment.

### *Méthode 2 : Dans un triangle*

Si un triangle est isocèle,  
alors la hauteur issue du sommet principal et la médiatrice relatives à la base sont confondues.

### *Méthode 3 : Avec les transformations*

Si une droite est l'axe de symétrie d'un segment  
Alors cette droite est la médiatrice de ce segment

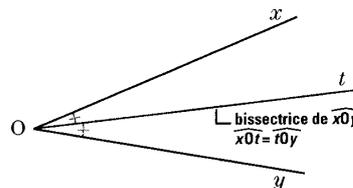
Voir aussi :

- Trouver la longueur d'un segment
- Démontrer que deux droites sont perpendiculaires
- Démontrer qu'un point est au milieu d'un segment
- Démontrer qu'un triangle est isocèle

## OBJECTIF 11 : DEMONTRER QU'UNE DROITE EST UNE BISSECTRICE

### *Méthode 1 : D'une manière générale*

La bissectrice d'un angle est la droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.



### *Méthode 2 : Avec les transformations*

Si une droite est l'axe de symétrie d'un angle  
Alors cette droite est la bissectrice de cet angle

Voir aussi :

- Trouver la longueur d'un segment
- Trouver la mesure d'un angle
- Démontrer qu'un triangle est isocèle

## OBJECTIF 12 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN TRAPEZE

Remarque : il s'agit de quadrilatères non croisés (ou convexes)

*Méthode 1 : Avec les côtés*

Si dans un quadrilatère deux cotés sont parallèles

Alors ce quadrilatère est un trapèze

*Méthode 2 : A partir d'un autre quadrilatère*

Si un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré

Alors ce quadrilatère est un trapèze

Voir aussi :

- Démontrer que deux droites sont parallèles
- Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré

## OBJECTIF 13 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN PARALLELOGRAMME

Remarque : il s'agit de quadrilatères non croisés (ou convexes)

*Méthode 1 : Avec les côtés*

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux  
alors c'est un parallélogramme.

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur  
alors c'est un parallélogramme.

Si un quadrilatère a deux côtés opposés de même longueur 2 à 2  
alors c'est un parallélogramme.

*Méthode 2 : Avec les diagonales*

Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu  
alors c'est un parallélogramme.

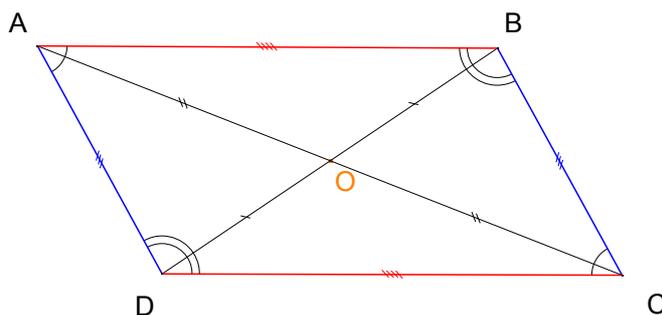
*Méthode 3 : Avec les transformations*

Si un quadrilatère possède un centre de symétrie  
Alors c'est un parallélogramme

*Méthode 4 : A partir d'un autre quadrilatère*

Si un quadrilatère est un rectangle, un losange ou un carré  
Alors ce quadrilatère est un parallélogramme

Rappel des propriétés d'un parallélogramme sur le dessin :



Côtés de même couleur parallèles  
En orange : centre de symétrie

Voir aussi :

- Démontrer que deux droites sont parallèles
- Démontrer qu'un point est au milieu d'un segment
- Démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle, un losange, un carré

## OBJECTIF 14 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN RECTANGLE

Remarque : il s'agit de quadrilatères non croisés (ou convexes)

*Méthode 1 : Avec les angles*

Si un quadrilatère a trois angles droits  
alors c'est un rectangle.

*Méthode 2 : Avec les diagonales*

Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu et sont de même longueur  
alors c'est un rectangle.

*Méthode 3 : Avec les transformations*

Si un quadrilatère a un centre de symétrie et deux axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses cotés

Alors c'est un rectangle

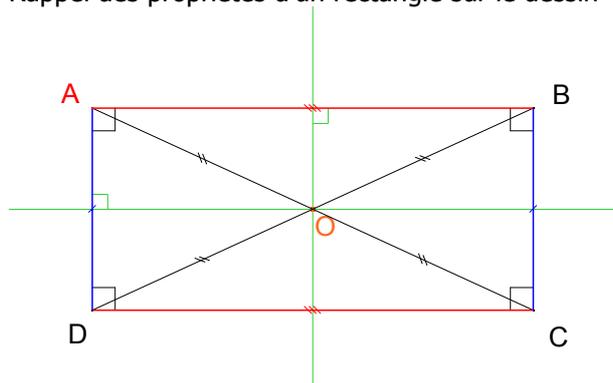
*Méthode 4 : A partir d'autres quadrilatères*

Si un parallélogramme a un angle droit  
alors c'est un rectangle.

Si un parallélogramme a les diagonales de même longueur  
alors c'est un rectangle.

Si un quadrilatère est un carré  
Alors c'est un rectangle

Rappel des propriétés d'un rectangle sur le dessin



Côtés de même couleur parallèles  
En orange : centre de symétrie  
En pointillés verts : axes de symétrie

Voir aussi :

- Démontrer que deux droites sont parallèles, perpendiculaires
- Démontrer qu'un point est au milieu d'un segment
- Trouver la mesure d'un angle
- Démontrer qu'un quadrilatère est un carré

## OBJECTIF 15 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN LOSANGE

Remarque : il s'agit de quadrilatères non croisés (ou convexes)

*Méthode 1 : Avec les côtés*

Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur  
alors c'est un losange.

*Méthode 2 : Avec les diagonales*

Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont même milieu et qui sont perpendiculaires  
alors c'est un losange.

*Méthode 3 : Avec les transformations*

Si un quadrilatère a un centre de symétrie et deux axes de symétrie qui sont ses diagonales  
Alors c'est un losange

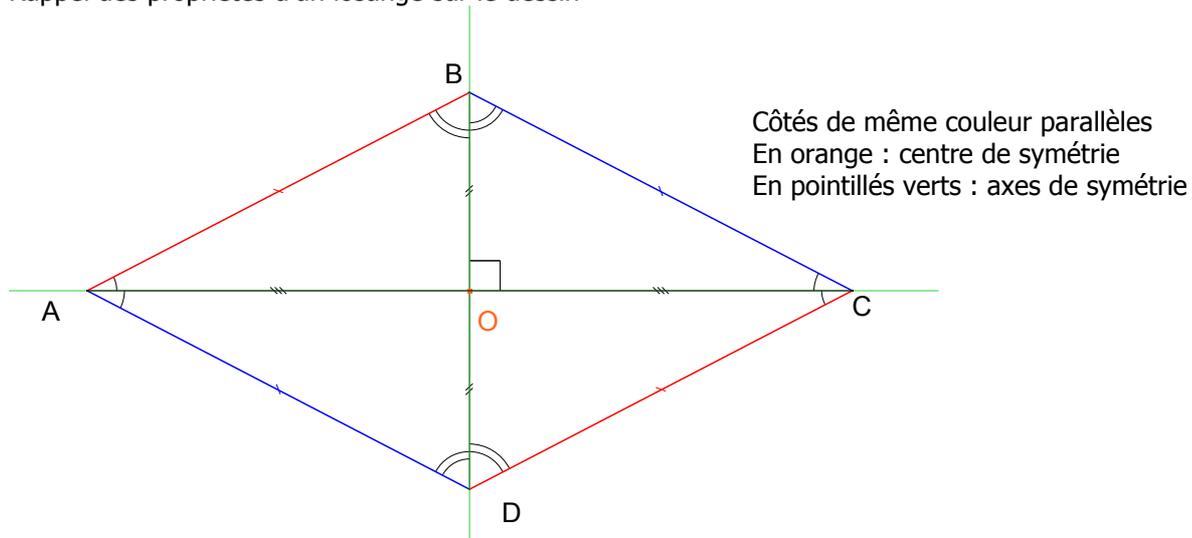
*Méthode 4 : A partir d'autres quadrilatères*

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux  
alors c'est un losange.

Si un parallélogramme a les diagonales perpendiculaires  
alors c'est un losange.

Si un quadrilatère est un carré  
Alors c'est un losange

Rappel des propriétés d'un losange sur le dessin



Voir aussi :

- Démontrer que deux droites sont parallèles, perpendiculaires
- Trouver la longueur d'un segment
- Trouver la mesure d'un angle
- Démontrer qu'un quadrilatère est un carré

## OBJECTIF 16 : DEMONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN CARRE

Remarque : il s'agit de quadrilatères non croisés (ou convexes)

*Méthode 1 : Avec les côtés*

Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur et un angle droit  
alors c'est un carre.

*Méthode 2 : Avec les diagonales*

Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu, sont perpendiculaires et sont de même longueur  
alors c'est un carré.

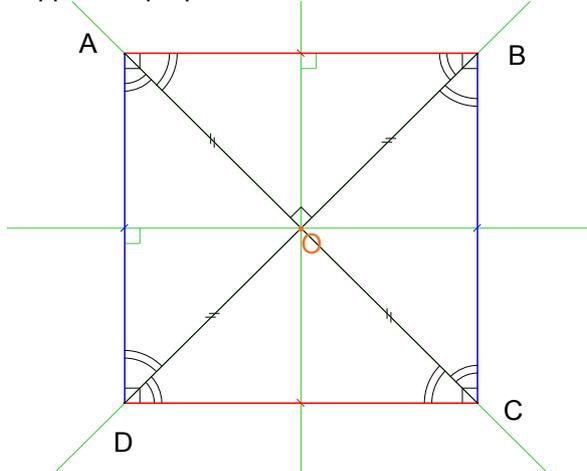
*Méthode 3 : Avec les transformations*

Si un quadrilatère a un centre de symétrie et quatre axes de symétrie  
Alors c'est un carré

*Méthode 4 : A partir d'autres quadrilatères*

Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange  
Alors c'est un carré

Rappel des propriétés d'un carré sur le dessin :



Côtés de même couleur parallèles  
En orange : centre de symétrie  
En pointillés verts : axes de symétrie

Voir aussi :

- Démontrer que deux droites sont parallèles, perpendiculaires
- Démontrer qu'un point est au milieu d'un segment
- Trouver la mesure d'un angle